SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe





SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Expresiones irracionales

Docente: Phflucker H. Coz

1.- Calcule la suma de valores enteros de una cifra que pertenezcan al CVA de

$$f_{(x)} = \sqrt{\frac{x^3 - 9x^2 + 20x - 12}{x^2 - 7x + 6}} + \sqrt[4]{x - \frac{16}{x}}$$

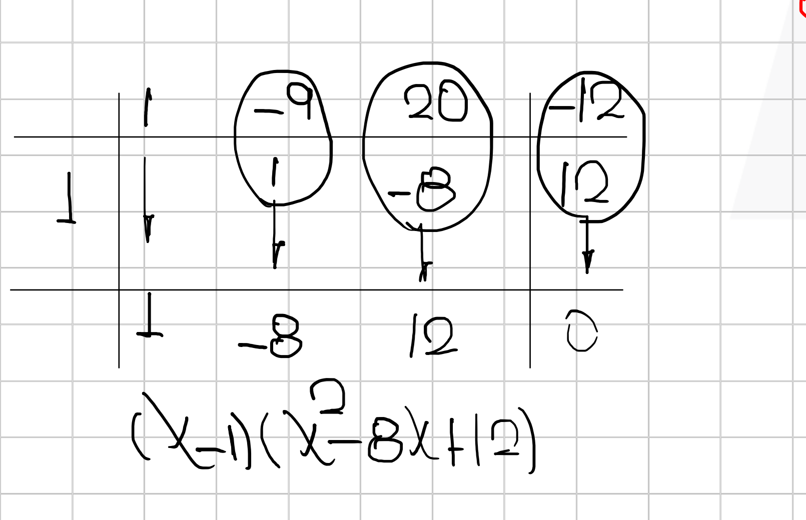
A) 37 B) 38 C) 33 D) 39 E) 41

Resolución

$$\frac{x^3 - 9x^2 + 20x - 12}{(x-1)(x-6)} \geq 0 \quad \wedge \quad x - \frac{16}{x} \geq 0 \quad \wedge \quad x \neq 0$$

$$(x-1)(x-6) \neq 0$$

$x \neq 1;\ x \neq 6$



$(x-1)(x^2-8x+12)$

$$\frac{(x-1)(x-2)(x-6)}{(x-1)(x-6)} \geq 0 \quad \wedge \quad \frac{x^2-16}{x} \geq 0$$

$x - 2 \geq 0$

$x \geq 2$

$(x+4)(x-4) \geq 0$

$x - 4 \geq 0$

$x \geq 4$

$\therefore$ C.V.A $= [4; +\infty\rangle - \{6\}$

en $\mathbb{Z}$: 4; 5; 7; 8; 9 (de una cifra)

2.- Según la ecuación

$$\sqrt{\frac{2+x}{x}}+\sqrt{\frac{2-x}{x}}=\frac{2}{\sqrt{x}}$$

podemos afirmar que

A) No tiene solución

B) El producto de soluciones es -4

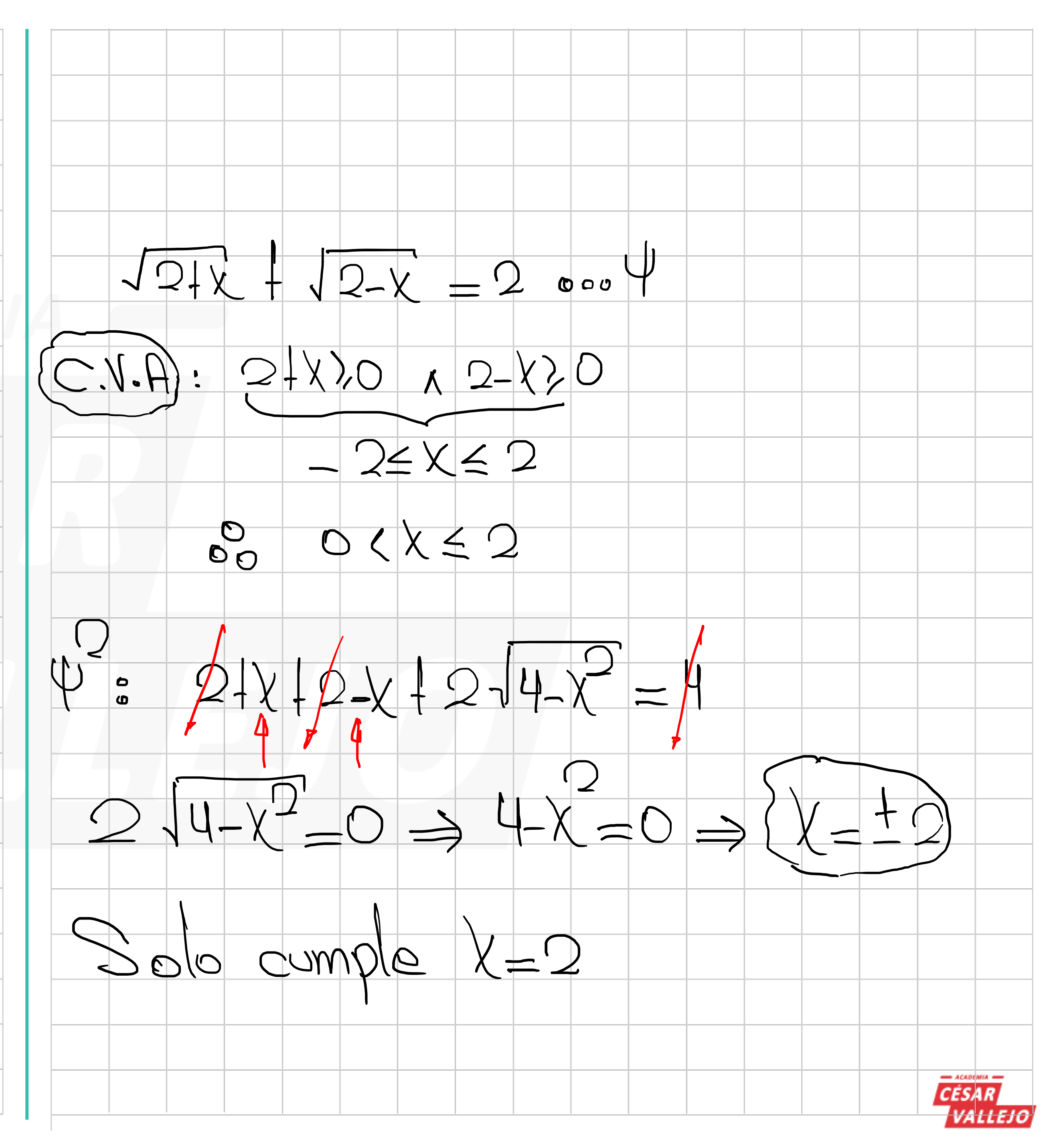
C) La suma de soluciones es 0

D) La solución es par

E) La solución es un número irracional

Resolución

$$\frac{\sqrt{2+x}}{\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{x}}=\frac{2}{\sqrt{x}}$$



3.- Si α es solución de la ecuación

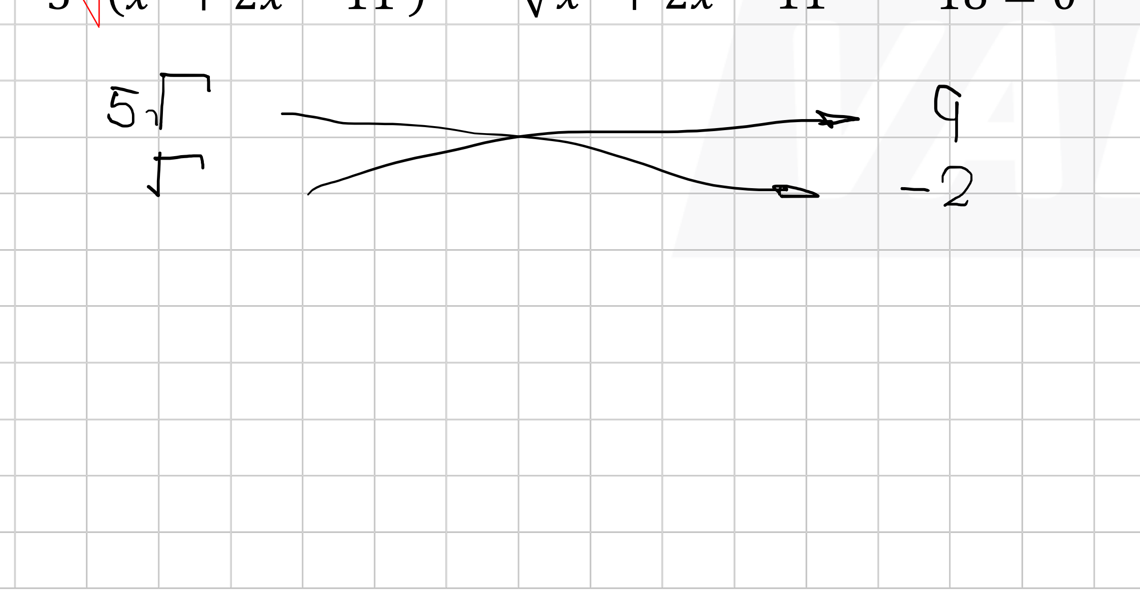
$$5x^2 + 10x - \sqrt{x^2 + 2x - 11} = 73$$

entonces un valor de $\alpha^3 - 1$ es:

A) -126 B) 7 C) 124 D) -28 E) -9

Resolución

$$5(x^2 + 2x - 11) - \sqrt{x^2 + 2x - 11} = 73 - 55$$



$\sqrt{x^2+2x-11} = -\frac{9}{5}$ absurdo $\vee$ $\sqrt{x^2+2x-11} = 2$

$x^2 + 2x - 15 = 0$

$x \quad 5$

$x \quad -3$

$x = -5 \vee x = 3$

$C.S. = \{-5; 3\}$

4.- Si A es el conjunto solución de la ecuación

$$3x(x-1)\sqrt{1-4x^2} = 2(x+1)\sqrt{1-4x^2}$$

entonces el cardinal del conjunto A es:

A) 0   B) 1   C) 2   D) 3   E) 4

Resolución

Necesariamente: $1-4x^2 \geq 0$

$$4x^2 - 1 \leq 0$$

$$(2x)^2 - (1)^2 \leq 0$$

$$(2x+1)(2x-1) \leq 0$$

$$-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$$

* $\sqrt{1-4x^2} = 0$

$x = -\frac{1}{2} \lor x = \frac{1}{2}$ (es solución)

Luego: $3x(x-1) = 2(x+1)$

$$3x^2 - 3x = 2x + 2$$

$$3x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$\begin{matrix} 3x & & 1 \\ x & & -2 \end{matrix}$$

$x = -\frac{1}{3} \lor \cancel{x = 2}$

$$C.S. = \left\{-\frac{1}{3}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$$



5.- Definimos el conjunto

$$A=\{x\in\mathbb{R}\,/\,\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{x-2}=1\}$$

Considere las siguientes proposiciones:

F I. La suma de los elementos del conjunto A es 7.

V II. $\text{Card}(A)=2$

F III. $2\sqrt{2}-2\in A$

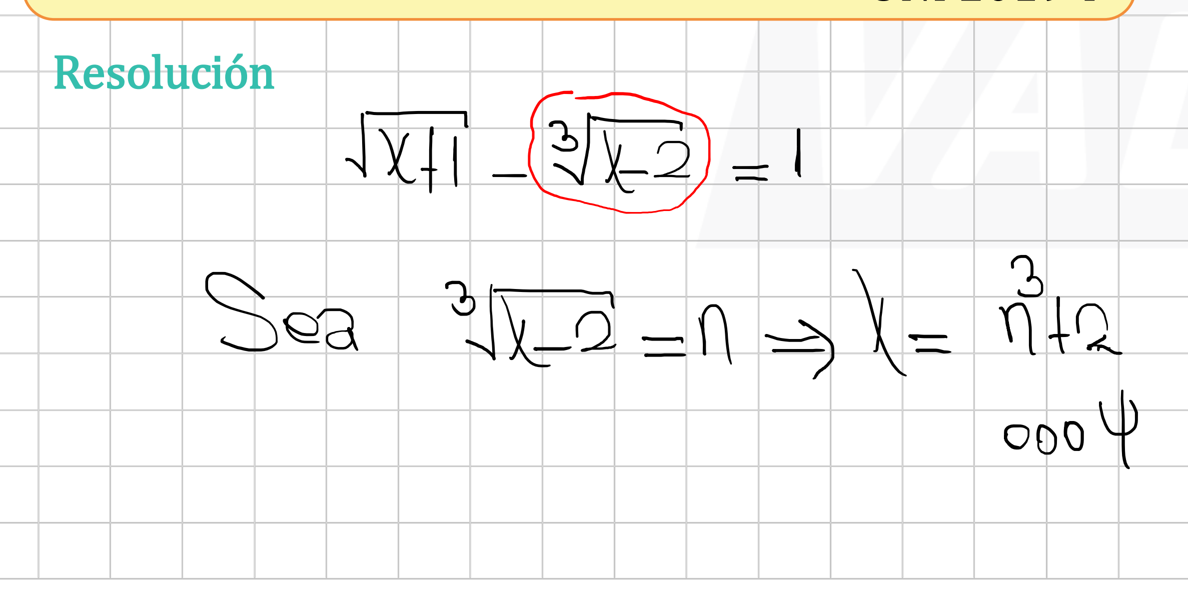
Determine de las proposiciones dadas, cuáles son verdaderas.

A) solo I B) solo II C) solo III

D) I y II E) I y III

UNI 2019-I

Resolución



$$\sqrt{n^3+3}-n=1 \Rightarrow \sqrt{n^3+3}=n+1$$

$$\varepsilon^2:\ n^3+3=n^2+2n+1$$

$$n^3-n^2-2n+2=0 \Rightarrow n^2(n-1)-2(n-1)=0$$

$$(n-1)(n^2-2)=0 \Rightarrow n=1 \vee n=\sqrt{2} \vee n=-\sqrt{2}$$

Reemplazando en ψ

$$x=3 \vee x=2+2\sqrt{2}$$



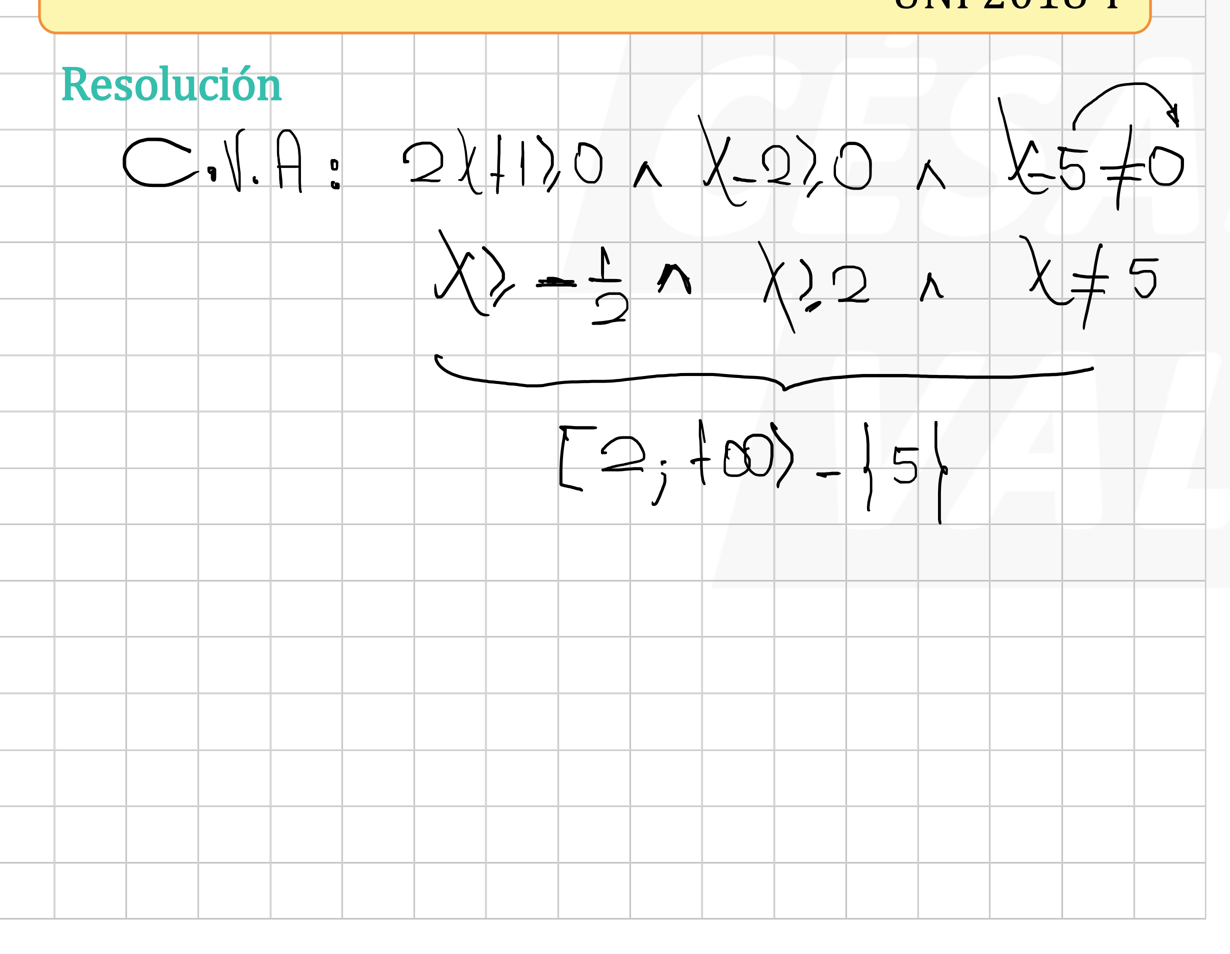
6.- Determine el siguiente conjunto:

$$S=\left\{x\in\mathbb{R}:\frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x-2}}{x-5}<0\right\}$$

A) $\langle 2;5\rangle$ B) $[2;5\rangle$ C) $[2;5]$ D) $\langle -3;5\rangle$ E) $[-3;5\rangle$

UNI 2018-I

Resolución



$$\frac{(\sqrt{2x+1}+\sqrt{x-2})(\sqrt{2x+1}-\sqrt{x-2})}{(x-5)}<0(\sqrt{\ }+\sqrt{\ })$$

$$\frac{(2x+1)-(x-2)}{x-5}<0$$

$$\frac{x+3}{x-5}<0 \Rightarrow (x+3)(x-5)<0$$

$$x-5<0$$

$$x<5$$

$\therefore$ C.S. $=(i)\cap(ii)$

$$[2;5\rangle$$

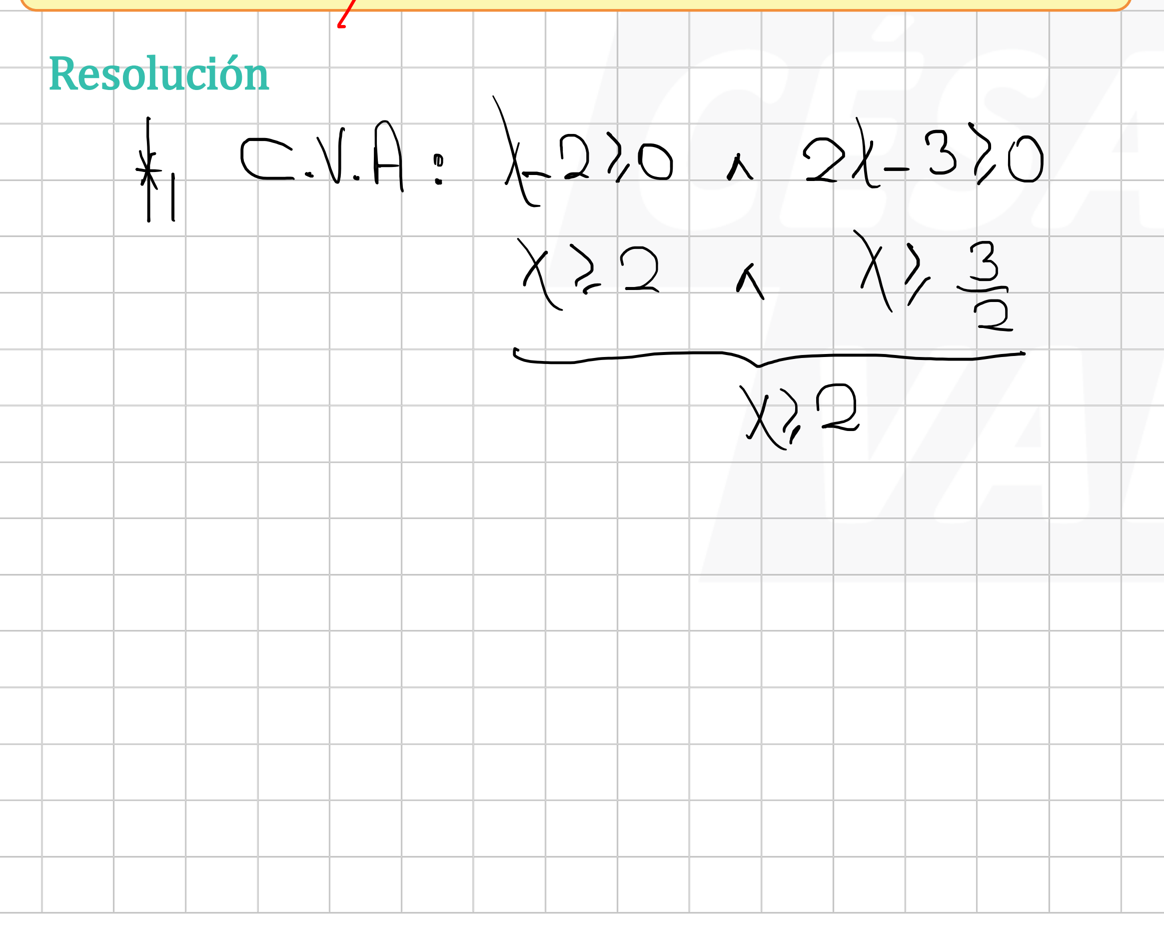
7.- Luego de resolver la siguiente inecuación

$$\sqrt{x-2}-\sqrt{2x-3}+1\leq 0$$

indique la cantidad de soluciones enteras menores a 30.

A) 30 B) 25 C) 29 D) 26 E) 24

Resolución



8.- Si la inecuación

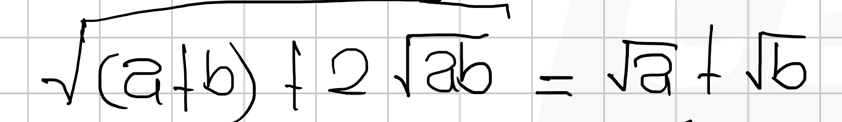
$$\sqrt{x+9+6\sqrt{x}} \geq 3\sqrt{x}-1 \geq 0$$

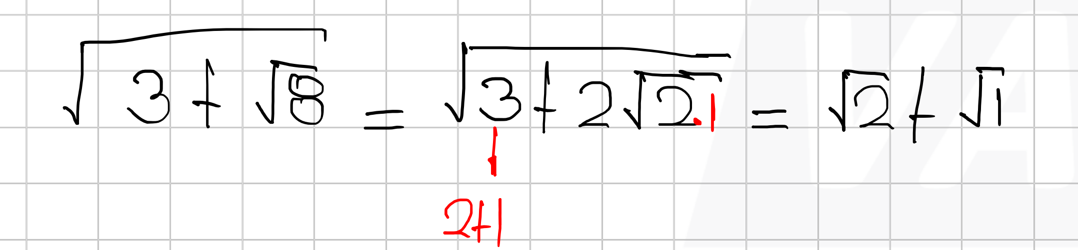
tiene CS $= [a\,;b]$. Calcule $9ab$.

A) 18   *B*) 9   *C*) 6   *D*) 4   *E*) 1

Resolución







$$\sqrt{x+9+2\cdot 3\sqrt{x}} \geq 3\sqrt{x}-1 \geq 0$$

$$3\sqrt{x} \geq 1$$

$$\sqrt{x} \geq \frac{1}{3}$$

$$x \geq \frac{1}{9}$$

$$\sqrt{x+9+2\sqrt{9\cdot x}} \geq 3\sqrt{x}-1$$

$$\sqrt{x}+\sqrt{9} \geq 3\sqrt{x}-1$$

$$4 \geq 2\sqrt{x}$$

$$2 \geq \sqrt{x}$$

$$4 \geq x$$

$$\frac{1}{9} \leq x \leq 4$$

$a = \frac{1}{9}$, $b = 4$

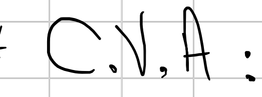
9.- Resuelva la siguiente inecuación irracional

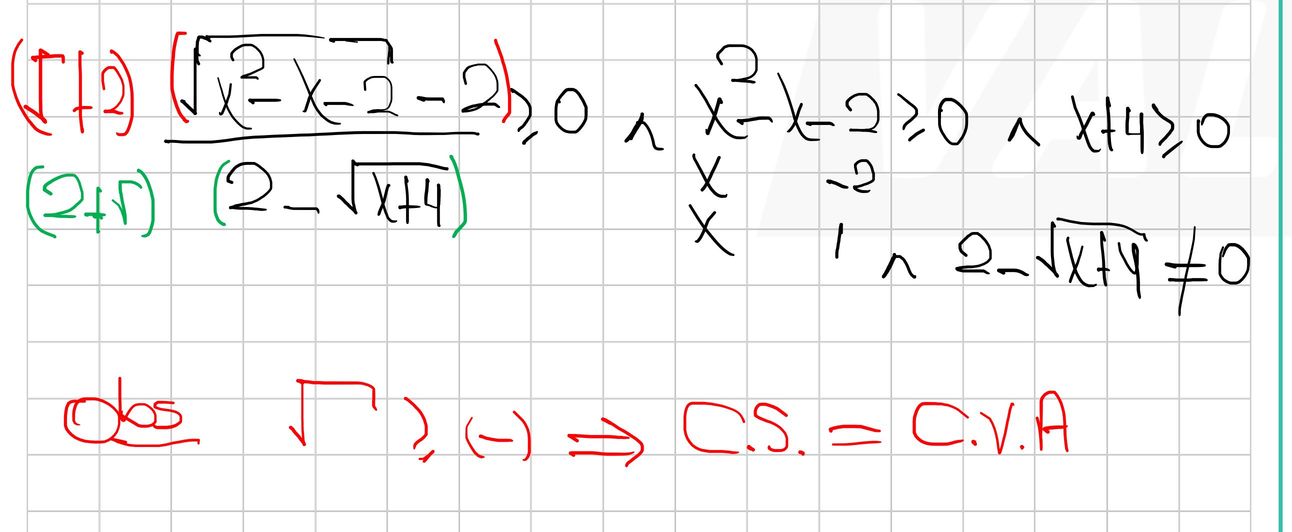
$$\sqrt{\frac{\sqrt{x^2-x-2}-2}{2-\sqrt{x+4}}} \geq x-5$$ negativo

e indique la suma de sus soluciones enteras.

A) − 4 B) − 7 C) 4 D) 7 E) 0

Resolución





$(x-2)(x+1) \geq 0 \wedge x \geq -4 \wedge \sqrt{x+4} \neq 2$

$x \neq 0$

$-1 \quad 2$

$-4 \quad -1 \quad 2$

$$\frac{x^2-x-2-2^2}{2^2-(x+4)} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2-x-6}{x} \leq 0$$

$(x-3)(x+2)x \leq 0$

$-2 \quad 0 \quad 3$

$\therefore$ C.V.A $= [-4;-2] \cup [2;3]$

en $\mathbb{Z}$: $-4; -3; -2; 2; 3$

ACADEMIA

CÉSAR VALLEJO

GRACIAS







academiacesarvallejo.edu.pe